Institut für Statistik
und Ökonometrie

Wintersemester 2004/5, 1. Termin
Datum: 05.02.2005
B

KLAUSUR
Methodenlehre der Statistik II

Bitte diesen Teil vollständig ausfüllen:

Name: ____________________ Vorname: ________________________

Matrikel-Nr.: ________________

Dozent: ______________________ Hausaufgaben: wann? SS/WS ________

bei wem? ________________________

Bitte unbedingt ankreuzen:

Ich bin
- ❍ Hauptfächler (BWL, VWL, Wirtschaftsmathe)
- ❍ Wirtschaftsingenieur
- ❍ Nebenfächler

Für Hauptfächler:

Mir ist bekannt, dass ich an dieser Klausur nur teilnehmen darf, wenn ich mich vorher offiziell über FlexNow! (Kiosk) angemeldet habe.

Unterschrift: __________________________

Bitte diesen Teil nicht ausfüllen.

Aufgabe	Punkte
1	(5)
2	(6)
3	(10)
4	(5)
5	(5)
6	(9)
Σ	(40)

Punkte (Übertrag)	
Bonus (Hausaufg.)	
Gesamtpunktzahl	
Note	

Methodenlehre der Statistik II
1. Klausur zum Wintersemester 2004/5

Bitte beachten!:

- Lösungen in die vorgehaltenen Zwischenräume und - falls erforderlich - auf die Rückseite des Vorblattes.
- Dokumentieren Sie Ihre Lösungswege. Die Angabe von Lösungen ohne nachvollziehbare Lösungswege ergibt keine Punkte!

Aufgabe 1 (5 Punkte):

Durch eine Versuchsreihe will ein Spieler überprüfen, ob der Anteil von Sechsen beim Werfen eines bestimmten Würfels im Mittel tatsächlich $\frac{1}{6}$ beträgt oder größer ist (H_1). Er würfelt deshalb mit diesem Würfel 150 Mal. Unter den Ergebnissen sind 30 Sechsen. Führen Sie einen geeigneten Test mit $\alpha = 0{,}1$ durch.

Aufgabe 2 (6 Punkte):

Ein Mitspieler des Spielers aus Aufgabe 1 ist der Ansicht, dass es besser wäre, die Ergebnisse der 150 Würfelwürfe, unter denen 30 Sechsen waren, zu einem Vergleich der Chancen von Einsen und Sechsen zu nutzen, da sich diese auf einem normalen Würfel gegenüber liegen. Er wirft denselben Würfel deshalb noch 150 Mal und stellt dabei genau 25 Einsen fest.
Testen Sie die Hypothese, dass die Anteile von Einsen und Sechsen für diesen Würfel im Mittel gleich sind, gegen die Hypothese, dass dies nicht der Fall ist mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von wiederum $\alpha = 0{,}1$.

Aufgabe 3 (10 Punkte):

Zwei Freunde - Bernd (B) und Rüdiger (R) - wollen überprüfen, wer von ihnen bessere Schätzfähigkeiten besitzt. Sie testen dies mit Hilfe eines Wasserhahns, den sie beliebig stark aufdrehen können. Das ablaufende Wasser wird jeweils in einem für sie nicht sichtbaren Behälter geleitet und die Menge gemessen. Das Ziel besteht darin, möglichst genau 10 Liter ablaufen zu lassen. Jeder der beiden Freunde erhält 5 Versuche. Für jeden können diese aufgefasst werden können als Werte einer (näherungsweise) normalverteilten Zufallsvariablen. Die Ergebnisse sind wie folgt zusammengefasst:

B: arithmetisches Mittel = 10,73 Standardabweichung = 1,44

R: arithmetisches Mittel = 9,42 Standardabweichung = 1,14

a) Testen Sie die Hypothese H_0, dass beide im Mittel gleiche Mengen ablaufen lassen, mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0{,}10$ gegen die Hypothese, dass dies nicht der Fall sei. Unterstellen Sie dafür identische Varianzen in beiden Normalverteilungen.

b) Testen Sie mit $\alpha = 0{,}05$ die Hypothese, dass R im Mittel 10 Liter ablaufen lässt, gegen die Hypothese H_1, dass es weniger sind.

c) Bestimmen Sie für die Varianz der Normal-Verteilung von B ein zentrales 0,9-Konfidenzintervall.

Aufgabe 4 (5 Punkte):

Um zu prüfen, ob bei den Besuchern eines Geschäfts die Ausgabenhöhe unabhängig vom Geschlecht ist, wurden zufällig 400 Besucher des Geschäfts ausgewählt und nach Geschlecht und Ausgabenhöhe erfasst.
10% bzw. 60% der ausgewählten Besucher gaben höchstens 40€ bzw. höchstens 100€ aus. Die übrigen Besucher gaben über 100€ aus. Von den weiblichen Besuchern unter den ausgewählten gaben 7% höchstens 40€ und 42% über 100€ aus. 60% der ausgewählten Besucher waren männlich.
Führen Sie den Test mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0{,}10$ durch.

Aufgabe 5 (5 Punkte):

Zur Fiebersenkung bei einer bestimmten Krankheit werden die drei Medikamente A, B, und C angeboten.
7 bzw. 9 bzw. 7 zufällig ausgewählte Patienten mit dieser Krankheit bekamen A bzw. B bzw. C. Für diese Patienten wurde jeweils vom Verabreichungszeitpunkt die Zeit erfasst, bis das Fieber unter 37 Grad fiel. Für die arithmetischen Mittel und die Standardabweichungen erhielt man aus diesen Messungen:

$\overline{x}_A = 32 \quad \overline{x}_B = 40 \quad \overline{x}_C = 36$

$s_A = 6{,}4 \quad s_B = 9{,}2 \quad s_C = 8{,}2$

Stunden.

1. Berechnen Sie aus diesen Angaben für alle 23 Patienten
   a) die durchschnittliche Zeit

   b) die externe Streuung

   c) die interne Streuung und

   d) die Gesamtstreuung

   der Zeiten bis zur gewünschten Temperatursenkung.

2. Prüfen Sie mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,05 die Hypothese, dass alle drei Medikamente die gleiche durchschnittliche Zeit bis zur gewünschten Temperatursenkung benötigen. Unterstellt sei dabei, dass sich diese Zeit bei allen drei Medikamenten jeweils annähern durch eine normalverteilte Zufallsvariable mit der gleichen Varianz beschreiben lässt.

Aufgabe 6 (9 Punkte):

Für n = 20 Besucher eines Geschäfts wurden die beiden Merkmale X:= „Alter in [Jahre]“ und Y:= „Ausgabenhöhe in €“ erhoben. Aus den Datenpaaren (x_i, y_i) für i = 1, 2, ..., 20 wurden folgende Summen berechnet:

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = \overset{1000}{\cancel{1100}} \quad \sum_{i=1}^{20} y_i = \overset{1900}{\cancel{2050}} \quad \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 54800 \quad \sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 193700 \quad \sum_{i=1}^{20} x_i \cdot y_i = 92760$$

Es wird folgende lineare Beziehung unterstellt:

$Y_i = \alpha + \beta \cdot x_i + U_i$ mit $U_i \sim NV(0;\sigma_U)$ und unabhängig für i = 1, 2, ..., 20

a) Schätzen Sie mit einem erwartungstreuen Schätzverfahren α, β und σ_U^2 und geben Sie eine kurze Interpretation für $\hat{\beta}$ an.

b) Schätzen Sie α, β und σ_U^2 nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip

c) Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten

d) Berechnen Sie eine 0-95-Konfidenzbereich für β.

e) Testen Sie mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,05 die Hypothese, dass das Alter des Besuchers keinen Einfluss auf die Ausgabenhöhe hat.