

K L A U S U R
Methodenlehre der Statistik II

Bitte diesen Teil vollständig ausfüllen:

Name: _____ **Vorname:** _____

Geburtsdatum: _____ **Geburtsort:** _____

Matrikel-Nr.: _____ **Semesterzahl:** _____

Anschrift: _____

Dozent: _____ **Hausaufgaben: wann? SS/WS** _____
bei wem? _____

Wann haben Sie folgende Teilklausuren geschrieben?

Statistik I: SS/WS _____ Note: _____ Dozent: _____

Wirtschaftsstatistik: SS/WS _____ Note: _____ Dozent: _____

Der Leistungsnachweis für Statistik wird als Gesamtschein ausgestellt, wenn alle drei Teilklausuren bestanden sind.

Bitte diesen Teil nicht ausfüllen.

Aufgabe	Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
G	

Punkte (Übertrag)	
Bonus (Hausaufg.)	
Gesamtpunktzahl	
Note	

Methodenlehre der Statistik II
1. Klausur zum Wintersemester 2000/1

Bitte beachten! Lösungen in die vorgehaltenen Zwischenräume und - falls erforderlich - auf die Rückseite des Vorblattes. Bitte dokumentieren Sie Ihre Lösungswege. Die Angabe von Lösungen ohne nachvollziehbare Lösungswege ergibt keine Punkte.

Aufgabe 1 (5 Punkte):

Bei einer Abfüllmaschine lassen sich die mittlere Füllmenge μ in Gramm pro Packung und die Abfüllgeschwindigkeit, gemessen in der Anzahl a der pro Stunde abzufüllenden Packungen, einstellen. Die Anzahl a kann dabei beliebig zwischen 500 und 2000 Packungen pro Stunde variieren.

Die tatsächliche Füllmenge pro Packung wird annähernd durch eine normalverteilte Zufallsvariable X mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung $\sigma = 0,002 \cdot a$ Gramm beschrieben.

- a) Die Abfüllmaschine ist auf $\mu = 200$ g und $a = 1000$ Packungen pro Stunde eingestellt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 4 zufällig ausgewählten Packungen die durchschnittliche Füllmenge unter 199 g liegt?
- b) Es dürfen in höchstens 2,5% der mit dieser Maschine abgefüllten Packungen weniger als 197 g sein. Die Abfüllmaschine wurde auf $\mu = 201,9$ g. Wie groß darf dann die Anzahl a der pro Stunde abzufüllenden Packungen höchstens sein?

Teil II (6 Punkte):

Der Kandidat muss mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,5 innerhalb von 2 Sekunden auf das Signal reagieren. Testen Sie deshalb mit Hilfe des Mediantests (Vorzeichentests) bei einer maximalen Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,01 die Hypothese

$$H_0: P(X \leq 2) \geq 0,5 \quad \text{gegen} \quad H_1: P(X \leq 2) < 0,5.$$

Formulieren Sie dafür geeignete Hypothesen über den Median der (unbekannten) Verteilung der Reaktionszeit X .

Aufgabe 3 (5 Punkte):

Durch unabhängiges Wiederholen eines Zufallsexperimentes sollen Aussagen über den Mittelwert der Zufallsvariablen X : "Anzahl der Fehlversuche vor dem ersten Erfolg" ermöglicht werden. Bei 250 Versuchsreihen von derartigen Experimenten ergab sich eine Gesamtlänge von 1583, einschließlich der jeweils abschließenden Erfolge.

Testen Sie die Hypothese $H_0: E(X) \leq 5$ gegen $H_1: E(X) > 5$ bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit

von $\alpha=0,1$. (Hinweis: $E(X) = \frac{1-p}{p}$ für $p = P(\text{Erfolg})$ und $\text{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2} = (E(X))^2 + E(X)$)

Aufgabe 4 (5 Punkte):

Anhand der Ergebnisse von 3 willkürlich herausgegriffenen Semestern, in denen Klausuren im Fach Statistik I geschrieben wurden, soll getestet werden, ob die Aussage stimmt, dass der Anteil der Durchfaller unter denen, die keine Hausaufgaben lösen, ebenso groß ist wie der Anteil der Durchfaller unter denen, die Hausaufgaben lösen (H_0) gegen die Alternativhypothese, dass der Anteil der Durchfaller unter denen, die keine Hausaufgaben lösen, (deutlich) größer ist. Insgesamt haben an den drei Klausuren 925 Studierende teilgenommen, von denen 325 keine Hausaufgaben gelöst haben. Unter diesen haben 131 die Klausur nicht bestanden. Unter denen, die Hausaufgaben gelöst haben, sind 96 durchgefallen. Testen Sie die Aussage mit einer zulässigen Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha=0,1$.

Aufgabe 5 (5 Punkte):

500 Wahlberechtigte werden zufällig ausgewählt und hinsichtlich ihrer Präferenz für die 5 im Bundestag vertretenen Parteien, sowie hinsichtlich ihrer derzeitigen Essgewohnheiten befragt.

Das Ergebnis der Befragung ist in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Essgewohnheit / Präferenz für	SPD	CDU	Grüne	FDP	PDS	Summe
„Esse zur Zeit kein Rindfleisch“	145	140	35	15	15	350
„Esse immer noch Rindfleisch“	65	60	5	15	5	150
Summe	210	200	40	30	20	500

Testen Sie bei einem Testniveau von 10% die Hypothese, dass die derzeitigen Essgewohnheiten unabhängig sind von der Präferenz für politische Parteien.

Aufgabe 6 (7 Punkte):

Man möchte Information gewinnen über den Zusammenhang zwischen dem Preis eines Produktes und der Absatzmenge. Zu diesem Zweck werden auf einem Testmarkt ein Jahr lang für jeden Monat unterschiedliche Preise festgesetzt und die zugehörigen Absatzmengen notiert. Die Ergebnisse wurden wie folgt aufbereitet:

$$\sum x_i = 60 \quad \sum x_i^2 = 612 \quad \sum p_i = 420 \quad \sum p_i^2 = 18000 \quad \sum x_i p_i = 1200 ;$$

wobei die x_i die Mengen (in 1000 Stück) und die p_i die Preise (in 1/10 DM) sind.

Unterstellen Sie das lineare Regressionsmodell: $X_i = \alpha + \beta \cdot p_i + U_i$

für $i = 1, \dots, 12$ und unterstellen Sie, dass die Störterme unabhängig identisch normalverteilt sind.

- a) Geben Sie ML-Schätzwerte für die Parameter α und β an und interpretieren Sie jeweils das Ergebnis.
- b) Testen Sie bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % die Hypothese:
„Wenn der Preis um 10 Pfennige angehoben wird, dann sinkt der Absatz um 300 Stück“,
gegen die Alternativhypothese, dass der Absatz bei einer Preisanhebung nicht so stark sinkt.