

K L A U S U R
Methodenlehre der Statistik II

Bitte diesen Teil vollständig ausfüllen:

| | |
|--|--|
| Name: _____ | Vorname: _____ |
| Matrikel-Nr.: _____ | |
| Dozent: _____ | Hausaufgaben: wann? SS/WS _____ |
| | bei wem? _____ |
| <u>Bitte unbedingt ankreuzen:</u> | |
| Ich bin | <input type="radio"/> Hauptfächler (<u>BWL, VWL, Wirtschaftsmathe</u>) |
| | <input type="radio"/> Wirtschaftsingenieur |
| | <input type="radio"/> Nebenfächler |
| <u>Für Hauptfächler:</u> | |
| <u>Mir ist bekannt, dass ich an dieser Klausur nur teilnehmen darf, wenn ich mich vorher offiziell über FlexNow! (Kiosk) angemeldet habe.</u> | |
| Unterschrift: _____ | |

Bitte diesen Teil nicht ausfüllen.

| Aufgabe | Punkte |
|----------|--------|
| 1 | (6) |
| 2 | (8) |
| 3 | (6) |
| 4 | (4) |
| 5 | (5) |
| 6 | (11) |
| Σ | (40) |

| | |
|-------------------|--|
| Punkte (Übertrag) | |
| Bonus (Hausaufg.) | |
| Gesamtpunktzahl | |
| Note | |

Methodenlehre der Statistik II
1. Klausur zum Sommersemester 2005

Bitte beachten!:

- ▼ Lösungen in die vorgehaltenen Zwischenräume und - falls erforderlich - auf die **Rückseite des Vorblattes**.
- ▼ Dokumentieren Sie Ihre Lösungswege. Die Angabe von Lösungen ohne nachvollziehbare Lösungswege ergibt keine Punkte!

Aufgabe 1 (6 Punkte):

Bei der Hand-Aussaat einer hochwertigen Rasensorte durch eine geübte Person kann die auf einen m^2 entfallende Menge des Saatgutes in [Gramm] aufgefasst werden als Wert einer (näherungsweise) normalverteilten Zufallsvariablen X mit unbekanntem Mittelwert μ und unbekannter Varianz σ^2 .

Subtile Messanordnungen lassen die genaue Messung derartiger Mengen zu und ergaben für 20 Messungen folgende Resultate:

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 622 \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 19469,2$$

a) Bestimmen Sie ein zentrales 0,9-Konfidenzintervall für σ^2 .

b) Testen Sie die Hypothese $H_0: \mu \leq 30$ gegen die Alternative $H_1: \mu > 30$ bei $\alpha=0,05$.

Aufgabe 2 (8 Punkte):

- a) 1997 ergab eine Umfrage unter $n = 1200$ zufällig ausgesuchten Studierenden in Westdeutschland für die durchschnittlichen monatlichen Mietausgaben im Mittel $\bar{x} = 431$ DM, eine unter $m = 800$ ebenfalls zufällig ausgesuchten ostdeutschen Studierenden der Wert $\bar{y} = 221$ DM.

Überprüfen Sie die Nullhypothese, dass die mittleren Mietausgaben in Westdeutschland um höchstens 200 DM über denjenigen in Ostdeutschland lagen ($\alpha = 0,1$). Hierzu seien die Standardabweichungen $\sigma_x = 83$ DM und $\sigma_y = 46$ DM - woher auch immer - bekannt. Unterstellen Sie dabei, dass die Zufallsvariablen "Mietausgaben" unter Studierenden in Ost- und in Westdeutschland jeweils als unabhängig voneinander normalverteilt angesehen werden können.

- b) Führen Sie den Test aus I.1. unter der Annahme durch, dass die Varianzen von X und Y zwar identisch, aber unbekannt seien. Benutzen Sie dafür die aus den Stichproben ermittelten Standardabweichungen $s_x = 67,4$ und $s_y = 58,2$.

Aufgabe 3 (6 Punkte):

In der Umfrage aus Aufgabe 2 wurde ermittelt, dass 320 der westdeutschen und 322 der ostdeutschen Befragten Ausbildungsförderung nach Bafög erhielten.

Testen Sie die Hypothese (H_0), dass die Anteile der Bafög-Geförderten in Ost- und Westdeutschland gleich sind, gegen die, dass der Anteil in Ostdeutschland größer ist als in Westdeutschland ($\alpha = 0,1$).

Aufgabe 4 (4 Punkte):

Eine Zufallsstichprobe von 100 Personen wurde nach ihren Farb-Präferenzen befragt. Zudem wurde festgehalten, ob sie eher zu den extrovertierten oder den introvertierten Typen gehörten.

| Präf. Typ. | blau | rot | gelb |
|---------------|------|-----|------|
| extrov. | 10 | 40 | 10 |
| introv. | 20 | 10 | 10 |

Überprüfen Sie die Hypothese, dass es keinen Zusammenhang zwischen Farb-Präferenz und Typ gibt, mit einem geeigneten Test zum Niveau $\alpha = 0,1$.

Aufgabe 5 (5 Punkte):

Ein Unternehmer will eine neue Eissorte einführen. In einem Experiment wird zunächst untersucht, ob sich die vorgesehenen Geschmacksrichtungen Stachelbeere (1), Johannisbeere (2) oder Mango (3) der neuen Eissorte in der Beliebtheit unterscheiden. Dazu bekommen verschiedene Gruppen von Verbrauchern die Geschmacksrichtung zu kosten. Aus ihrer Einschätzung werden Beurteilungswerte berechnet, die als Werte mit identischen Varianzen unabhängig normalverteilter Zufallsvariablen angesehen werden können. Ein höherer Wert weist auf eine höhere Bevorzugung des Geschmacks hin.

Für jede Geschmacksrichtung stehen die Angaben von 10 Gruppen zur Verfügung. Als Zwischenergebnisse erhielt man für die Werte x_{ij} = „Beurteilungswert der j-ten Gruppe für die Geschmacksrichtung i“ für $i = 1, 2, 3$ und $j = 1, 2, \dots, 10$:

| Geschmacksrichtung | $\sum_{j=1}^{10} x_{ij}$ | $\sum_{j=1}^{10} x_{ij}^2$ |
|--------------------|--------------------------|----------------------------|
| 1 | 230 | 5540 |
| 2 | 235 | 5725 |
| 3 | 290 | 8620 |

Überprüfen Sie die Hypothese

H_0 : 'Die drei Geschmacksrichtungen haben im Mittel die gleiche Akzeptanz' zum Niveau $\alpha = 0.05$.

Aufgabe 6 (11 Punkte):

Zur Preisgestaltung werden Informationen über den Verlauf der Preisabsatzfunktion für einen bestimmten Kosmetikartikel benötigt. In 10 verschiedenen Filialen einer Drogeriemarktkette wurden unterschiedliche Preise p_i (in €) gefordert und die Absatzzahlen pro Monat y_i (in 1000 Stück) beobachtet. Aus den Daten berechnet man folgende Summen:

$$\sum_{i=1}^{10} p_i = 96,4 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 18 \quad \sum_{i=1}^{10} p_i^2 = 957,26 \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 33,955 \quad \sum_{i=1}^{10} p_i \cdot y_i = 167,393$$

a) Formulieren Sie einen geeigneten linearen Regressionsansatz mit normalverteilten Residuen für die Schätzung der Preisabsatzfunktion unter expliziter Aufführung sämtlicher üblicher Annahmen.

b) Schätzen Sie die unbekanntenen Regressionskoeffizienten von a) nach der Methode der kleinsten Quadrate.

c) Schätzen Sie die Residuenvarianz erwartungstreu.

- d) Schätzen Sie sämtliche unbekannt Parameter Ihres Regressions-Modells nach der Maximum-Likelihood-Methode.
- e) Testen Sie H_0 : „Die Steigung der Preisabsatzfunktion ist nicht positiv.“ beim Signifikanzniveau 0,05.