Institut für Statistik und Ökonometrie

Sommersemester 2001, 1. Termin
Datum: 14.07.2001

K L A U S U R
Methodenlehre der Statistik II

Bitte diesen Teil vollständig ausfüllen:

Name: ____________________ **Vorname:** _________________________

Geburtsdatum: ________________ **Geburtsort:** ______________________

Matrikel-Nr.: _________________ **Semesterzahl:** _______

Anschrift: ____

Dozent: ______________________ **Hausaufgaben: wann? SS/WS** ________

bei wem? _________________________

Wann haben Sie folgende Teilklausuren geschrieben?

Statistik I: SS/WS__________Note:______Dozent:____________________

Wirtschaftsstatistik: SS/WS__________Note:_____Dozent:______________

Der Leistungsnachweis für Statistik wird als Gesamtschein ausgestellt, wenn alle drei Teilklausuren bestanden sind.

Bitte diesen Teil nicht ausfüllen.

Aufgabe	Punkte
1	
2	
3	
4	
5	
6	
G	

Punkte (Übertrag)	
Bonus (Hausaufg.)	
Gesamtpunktzahl	
Note	

Institut für Statistik
und Ökonometrie **14.07.2001**

Methodenlehre der Statistik II
1. Klausur zum Sommersemester 2001

<u>Bitte beachten!:</u> Lösungen in die vorgehaltenen Zwischenräume und - falls erforderlich - auf die Rückseite des Vorblattes. <u>Bitte dokumentieren Sie Ihre Lösungswege. Die Angabe von Lösungen ohne nachvollziehbare Lösungswege ergibt keine Punkte.</u>

<u>Aufgabe 1 (7 Punkte):</u>

Von der Zahl der Wohnungseinbrüche X während eines Tages in einem Großstadtviertel kann unterstellt werden, dass diese Zahl einem Poisson-Prozess folgt mit der Rate λ (pro Tag). Zur Tarifdifferenzierung möchte eine Hausratsversicherung Informationen über λ auf Stichprobenbasis gewinnen.

a) Es wird eine Stichprobe aus X des Umfangs n=150 (150 Tage) gezogen.
   a1) Beschreiben Sie allgemein die approximative Verteilung der durchschnittlichen Zahl der Wohnungseinbrüche pro Tag $\overline{X}$ in einer derartigen Stichprobe.
   a2) Wie groß ist approximativ die Wahrscheinlichkeit $P(\overline{X} > 5{,}6)$ unter der Annahme, dass E(X)=5,4 ist?

b) Es wurden insgesamt 830 Wohnungseinbrüche in den 150 Tagen der Stichprobe aus b) beobachtet. Testen Sie die Hypothese E(X)>6 gegen die Alternativhypothese E(X)≤6 zum Signifikanzniveau 0,05.

<u>Aufgabe 2 (7 Punkte):</u>

Eine Telefongesellschaft bietet als „Internet-Provider" eine Datenfernübertragungsverbindung inklusive „Browser" für die Nutzung des Internet an. Beim Aufruf einer bestimmten Internet-Seite über diesen „Browser" bei einem bestimmten PC ist die Zufallsvariable X:= "Zeit, die zwischen dem Aufruf und dem vollständigen Erscheinen der Internet-Seite auf dem Bildschirm vergeht" (in Sekunden: sec) normalverteilt. Eine Stichprobe von 30 Aufrufen der Internet-Seite ergab $\overline{x}$ = 5 sec. und s^2= 12 sec^2.

1) Bestimmen Sie

   a) die erwartungstreuen Schätzungen für E(X) und Var(X).
   b) das symmetrische (zentrale) 0,95-Konfidenzintervall für E(X).

2) Testen Sie mit α=0,05

H_0: Var(X)≥18 gegen H_1: Var(X)<18.

© Dozenten des Instituts für Statistik und Ökonometrie, Fb 03, Universität Hamburg

Aufgabe 3 (4 Punkte):

Zur Bekämpfung einer bestimmten Krankheit soll eventuell ein bisher verwendetes Medikament A durch ein neues Medikament B ersetzt werden. Die Zufallsvariable X bzw. Y beschreibe die Dauer bis zur Genesung von dieser Krankheit bei den Patienten, die A bzw. B bekommen.
Ausgewählte Patienten mit der betrachteten Krankheit erhalten Medikament A bzw. Medikament B. Für die Genesungsdauer erhielt man unter Berücksichtigung der unten genannten Stichprobenlängen folgende Werte:

$\bar{x} = 12{,}6$ Tage; $\bar{y} = 9$ Tage; $s_x^2 = 20$ (Tage)²; $s_y^2 = 17$ (Tage)²

Für die Zufallsvariablen X und Y kann dabei unterstellt werden, dass sie unabhängig und beide approximativ normalverteilt, bei gleicher Varianz, sind. Die Stichprobenlänge sei jeweils n = 10. Prüfen Sie mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0{,}025$ die Hypothese H_0: E(X) = E(Y) gegen die Hypothese H_1: E(X) > E(Y).

Aufgabe 4 (8 Punkte):

In einer repräsentativen Umfrage zu den Verbrauchsgewohnheiten von Arzneimitteln wurden n = 950 Männer und m = 1050 Frauen nach der Häufigkeit der Arzneimittel-Einnahme befragt mit den folgenden Resultaten (nach Pharmadaten, 1997):

	mehrmals täglich	einmal täglich	Mind. einmal die Woche (nicht täglich)	selten (nicht jede Woche)	nie	Summe
Männer	262	60	110	415	103	950
Frauen	477	61	131	334	47	1050

Führen Sie aufgrund obiger Angaben Tests durch (bei $\alpha=0{,}05$)

4.1) H_0: Unter allen befragten Männern ist der Anteil derer, die **selten oder nie** Arzneimittel einnehmen, ebenso groß wie der entsprechende Anteil unter den befragten Frauen.
H_1: nicht H_0:

4.2) H_0: Die Merkmale Geschlecht und Verbrauchsgewohnheiten von Arzneimitteln sind voneinander unabhängig. .
H_1: nicht H_0

Aufgabe 5 (5 Punkte):

Drei Großbauern A, B und C streiten darum wer von ihnen die größten Kürbisse produziert. Jeder behauptet von sich, durch seine spezielle Düngung und Pflege Früchte von besonders beeindruckendem Umfang ernten zu können. Ein Statistik-Student schlägt ihnen vor, ihm das Urteil zu überlassen. Er erklärt, dass dies nur im Vergleich der Mittelwerte der Fruchtumfänge zu überprüfen ist. Er stellt deshalb die Hypothese auf, dass alle drei Bauern im Mittel gleich große Kürbisse erzeugen (H_0). Nach einem selbsterdachten Zufallsprinzip sucht er von jedem Bauern 10 geerntete Kürbisse aus und misst die Umfänge der 30 Früchte (jeweils an der größten Stelle). Für jeden Bauern errechnet er dann die Summe dieser 10 Umfänge und auch die Summe der Quadrate der 10 Umfänge. Er erhält für

Bauer A $\sum_{i=1}^{10} x_{1,i} = 1630$ und $\sum_{i=1}^{10} x_{1,i}^2 = 267130$

Bauer B $\sum_{i=1}^{10} x_{2,i} = 1720$ und $\sum_{i=1}^{10} x_{2,i}^2 = 297530$

Bauer C $\sum_{i=1}^{10} x_{3,i} = 1490$ und $\sum_{i=1}^{10} x_{3,i}^2 = 223970$

Der Student weiß noch, dass die Werte, die er gemessen hat, für jeden Bauern als Werte einer normalverteilten Zufallsvariablen aufgefasst und dass die Varianzen dieser Zufallsvariablen als identisch unterstellt werden können. Dann ist er aber mit seinem Latein am Ende, und Sie müssen den Test für ihn durchführen. Wählen Sie eine zulässige Irrtumswahrscheinlichkeit von der Größe $\alpha = 0{,}05$.

Aufgabe 6 (9 Punkte):

Sie sollen überprüfen, ob ein linearer Zusammenhang zwischen dem Weitsprungergebnis W und dem Körpergewicht G von gleichaltrigen Schülern gleicher Körpergröße ohne spezielles Training unterstellt werden kann. Sie erhalten die entsprechenden Daten über das Gewicht und das an einem bestimmten Tag ermittelte Weitsprungergebnis von 80 Schülern im Alter von 13 Jahren mit einer Körpergröße von rund 150 cm in folgenden Zusammenfassungen:

$$\sum_{i=1}^{80} g_i = 3440 \text{ [kg]} \qquad \sum_{i=1}^{80} w_i = 28800 \text{ [cm]}$$

$$\sum_{i=1}^{80} (g_i - \bar{g})^2 = 2880 \text{ [kg}^2\text{]} \qquad s_w^2 = 4225 \text{ [cm}^2\text{]}$$

und $s_{gw} = -312 \text{ [kg} \cdot \text{cm]}$

Unterstellen Sie das lineare Regressionsmodell:

$$W_i = \alpha + \beta \cdot g_i + U_i$$

für i = 1,...,80 und unterstellen Sie, dass die Störterme U_i unabhängig identisch normalverteilt sind mit $E(U_i)=0$.

© Dozenten des Instituts für Statistik und Ökonometrie, Fb 03, Universität Hamburg

a) Geben Sie ML-Schätzwerte für die Parameter α und β an und interpretieren Sie das Ergebnis für β.

b) Bestimmen Sie den Korrelationskoeffizienten und das Bestimmtheitsmaß. Interpretieren Sie kurz die Ergebnisse.

c) Testen Sie bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % die Hypothese:
H_0: „Mit jedem kg mehr Körpergewicht sinkt die erwartete Weite um mehr als 10 cm".
Geben Sie eine geeignete Alternativhypothese an.

© Dozenten des Instituts für Statistik und Ökonometrie, Fb 03, Universität Hamburg